

第1問 (必答問題) (配点 30)

[1] $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ の範囲で関数 $f(\theta) = 3 \cos 2\theta + 4 \sin \theta$ を考える。

$\sin \theta = t$ とおけば

$$\cos 2\theta = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} t^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であるから, $y = f(\theta)$ とおくと

$$y = -\boxed{\text{エ}} t^{\boxed{\text{ウ}}} + \boxed{\text{オ}} t + \boxed{\text{カ}}$$

である。したがって, y の最大値は $\frac{\boxed{\text{キク}}}{3}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

また, α が $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ を満たす角度で $f(\alpha) = 3$ のとき

$$\sin(\alpha + 30^\circ) = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は20ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

〔2〕 不等式

$$2 \log_3 x - 4 \log_x 27 \leq 5 \quad \dots\dots\dots (*)$$

が成り立つような x の値の範囲を求めよう。

(1) 不等式(*)において, x は対数の底であるから

$$x > \boxed{\text{セ}} \quad \text{かつ} \quad x \neq \boxed{\text{ソ}}$$

を満たさなければならない。また

$$\log_x 27 = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\log_3 x}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) 不等式(*)は

$\boxed{\text{セ}} < x < \boxed{\text{ソ}}$ のとき

$$\boxed{\text{チ}} (\log_3 x)^2 - \boxed{\text{ツ}} \log_3 x - \boxed{\text{テト}} \geq 0$$

$x > \boxed{\text{ソ}}$ のとき

$$\boxed{\text{チ}} (\log_3 x)^2 - \boxed{\text{ツ}} \log_3 x - \boxed{\text{テト}} \leq 0$$

と変形できる。したがって、求める x の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} < x \leq \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \quad \boxed{\text{ソ}} < x \leq \boxed{\text{ヌネ}}$$

である。

第2問 (必答問題) (配点 30)

a を正の実数として、 C_1 、 C_2 をそれぞれ次の2次関数のグラフとする。

$$C_1: y = x^2$$

$$C_2: y = x^2 - 4ax + 4a(a+1)$$

また、 C_1 と C_2 の両方に接する直線を ℓ とする。

(1) 点 (t, t^2) における C_1 の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} tx - t \boxed{\text{イ}}$$

であり、この直線が C_2 に接するのは $t = \boxed{\text{ウ}}$ のときである。

したがって、直線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エ}} x - \boxed{\text{オ}}$$

であり、 ℓ と C_2 の接点の座標は

$$\left(\boxed{\text{カキ}} + \boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケコ}} + \boxed{\text{サ}} \right)$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(2) C_1 と C_2 の交点を P とすると、 P の座標は

$$\left(a + \boxed{\text{シ}}, \left(a + \boxed{\text{シ}}\right)^2\right)$$

である。点 P を通って直線 ℓ に平行な直線を m とする。直線 m の方程式は

$$y = \boxed{\text{ス}}x + a^{\boxed{\text{セ}}} - \boxed{\text{ソ}}$$

である。直線 m と y 軸との交点の y 座標が正となるような a の値の範囲は $a > \boxed{\text{タ}}$ である。

$a > \boxed{\text{タ}}$ のとき、 C_1 の $x \geq 0$ の部分と直線 m および y 軸で囲まれた図形の面積 S は a を用いて

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \left(\boxed{\text{テ}} + 1 \right)^{\boxed{\text{ト}}} \left(\boxed{\text{ナニ}} - 1 \right)$$

と表される。

「新教育課程履修者」は、第3問～第6問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第3問 (選択問題) (配点 20)

a, b, c を相異なる実数とする。数列 $\{x_n\}$ は等差数列で、最初の3項が順に a, b, c であるとし、数列 $\{y_n\}$ は等比数列で、最初の3項が順に c, a, b であるとする。

(1) b と c は a を用いて

$$b = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} a, \quad c = \boxed{\text{エオ}} a$$

と表され、等差数列 $\{x_n\}$ の公差は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} a$ である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) 等比数列 $\{y_n\}$ の公比は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であるから、 $\{y_n\}$ の初項から第8項までの

和は、 a を用いて

$$\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シス}}}a$$

と表される。

(3) 数列 $\{z_n\}$ は最初の3項が順に b, c, a であり、その階差数列 $\{w_n\}$ が等差数

列であるとする。このとき、 $\{w_n\}$ の公差は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a$ であり、 $\{w_n\}$ の一般

項は

$$w_n = \frac{\boxed{\text{タ}}n - \boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}a$$

である。したがって、数列 $\{z_n\}$ の一般項は、 a を用いて

$$z_n = \frac{a}{\boxed{\text{ト}}} \left(\boxed{\text{ナ}}n^2 - \boxed{\text{ニヌ}}n + \boxed{\text{ネノ}} \right)$$

と表される。

「新教育課程履修者」は、第3問～第6問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第4問（選択問題）（配点 20）

平面上の三つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 1$$

を満たし、 $\vec{c}$ は $\vec{a}$ に垂直で、 $\vec{b} \cdot \vec{c} > 0$ であるとする。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。また

$$|2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

であり、 $2\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{b}$ のなす角は $\boxed{\text{オカ}}^\circ$ である。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(2) ベクトル $\vec{c}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表すと

$$\vec{c} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} (\vec{a} + \boxed{\text{ケ}} \vec{b})$$

である。

(3) x, y を実数とする。ベクトル $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{c}$ が

$$0 \leq \vec{p} \cdot \vec{a} \leq 1, \quad 0 \leq \vec{p} \cdot \vec{b} \leq 1$$

を満たすための必要十分条件は

$$\boxed{\text{コ}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}, \quad x \leq \sqrt{\boxed{\text{シ}}} y \leq x + \boxed{\text{ス}}$$

である。 x と y が上の範囲を動くとき、 $\vec{p} \cdot \vec{c}$ は最大値 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ をとり、この最大値をとるときの $\vec{p}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表すと

$$\vec{p} = \boxed{\text{ソ}} \vec{a} + \boxed{\text{タ}} \vec{b}$$

である。

「新教育課程履修者」は、第3問～第6問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第5問（選択問題）（配点 20）

- 〔1〕 次の資料は2科目の小テストに関する5人の生徒の得点を記録したものである。2科目の小テストの得点をそれぞれ変数 x 、 y とする。

生徒番号	1	2	3	4	5
x	3	4	5	4	4
y	7	9	10	8	6

以下、計算結果の小数表示では、指定された桁数^{けた}の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで⑩にマークすること。

- (1) 変数 x の分散を小数で求めると、ア . イ となる。

- (2) 変数 y を使って新しい変数 t を

$$t = y - \text{ウ}$$

で定めると、変数 t の平均は0になる。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

- (3) 変量 y を使って新しい変量 u を

$$u = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}} y$$

で定めると、変量 u の分散は x の分散と同じになる。

- (4) 変量 x と変量 y の相関係数を r 、変量 x と変量 u の相関係数を r' とし、それぞれの 2 乗を r^2 と $(r')^2$ で表すと

$$r^2 = \boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キク}}$$

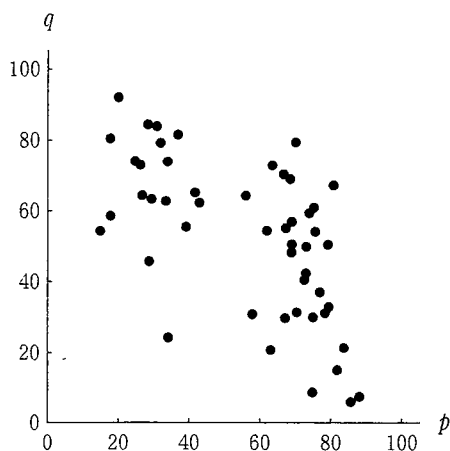
$$(r')^2 = \boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コサ}}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- 〔2〕 変量 p と変量 q を観測した資料に対して、相関図(散布図)を作ったところ、次のようになった。ただし、相関図(散布図)中の点は、度数 1 を表す。



- (1) 二つの変量 p と q の相関係数に最も近い値は である。 に当てはまるものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

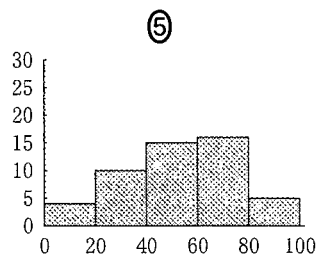
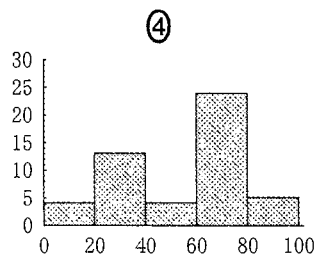
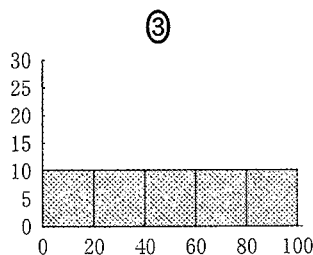
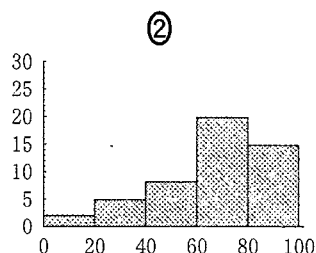
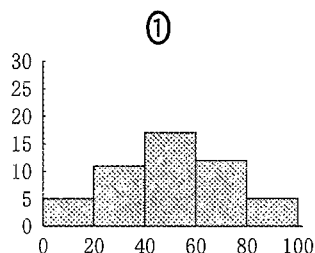
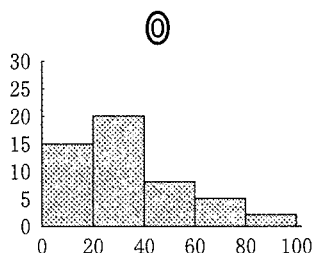
- | | | | |
|----------|----------|----------|---------|
| ① -1.5 | ② -0.9 | ③ -0.6 | ④ 0.0 |
| ⑤ 0.6 | ⑥ 0.9 | ⑦ 1.5 | |

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (2) 同じ資料に対して度数をまとめた相関表を作ったところ、次のようになった。例えば、相関表中の7の7という数字は、変量 p の値が60以上80未満で変量 q の値が20以上40未満の度数が7であることを表している。

		0	20	40	60	80	100
100	2	3	0	0	0		
80	0	7	3	5	1		
60	2	2	0	11	0		
40	0	1	1	7	1		
20	0	0	0	1	3		
0							
		0	20	40	60	80	100
		p					

このとき、変量 p のヒストグラムは であり、変量 q のヒストグラムは である。 , に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つずつ選べ。



「新教育課程履修者」は、第3問～第6問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第6問 （選択問題）（配点 20）

2以上の自然数 n を素因数分解し、その結果を出力するプログラムを作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "n=":N
110 LET I=2
120 IF  THEN
130     LET I=I+1
140     GOTO 
150 END IF
160 LET N=N/I
170 IF N=1 THEN
180     PRINT I
190     GOTO 
200 END IF
210 PRINT I;"*";
220 GOTO 
230 END
```

（数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。）

ただし、100行、110行、160行は、それぞれ次の各行と同じ意味である。

100 INPUT "n=";N

110 I=2

160 N=N/I

また、120行～150行は

120 IF THEN I=I+1:GOTO

と同じ意味であり、170行～200行は

170 IF N=1 THEN PRINT I:GOTO

と同じ意味である。

- (1) は「NはIで割り切れない」ということを意味する条件である。
 に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし、
 $\text{INT}(X)$ はXを超えない最大の整数を表す。

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| ① $N - \text{INT}(I/N) * N < 0$ | ② $N - \text{INT}(N/I) * I < 0$ | ③ $N - \text{INT}(I/N) * I < 0$ |
| ④ $N - \text{INT}(I/N) * N < > 0$ | ⑤ $N - \text{INT}(N/I) * I < > 0$ | ⑥ $N - \text{INT}(I/N) * I > 0$ |

- (2) プログラム中の , に当てはまる行番号を入れよ。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) プログラムを実行し、変数 N に 60 を入力したとき、160 行は 回実行され、180 行は 回実行される。また、変数 N に 61 を入力したとき、160 行は 回実行され、180 行は 回実行される。

～ に当てはまるものを、次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

⑥ 59

⑦ 60

⑧ 61

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

- (4) n を素数でない自然数とする。このプログラムを変更し、 n の約数のうち素数であるものを、重複なく順に出力するには、160 行を削除して次の161 行～164 行を追加し、さらに 210 行の "*" を ", " と変更すればよい。

161 IF $N - \text{INT}(N/I) * I = 0$ THEN

162 LET

163 GOTO

164 END IF

このとき、 に当てはまるものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。

① $N = N/I$

① $N = N * I$

② $N = I/N$

③ $N = N + I$

④ $I = I + N$

⑤ $I = I/N$

⑥ $I = N/I$

⑦ $I = I * N$

また、 に当てはまる行番号を入れよ。

「新教育課程履修者」は、第7問を解答してはいけません。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第7問 (配点 20)

複素数 $z = x + yi$ は $y > 0$ を満たすとする。複素数平面上で z を表す点を P 、 0 を表す点を O 、 1 を表す点を A とする。点 B は直線 OA に関して P と同じ側にあり、 $\triangle OAB$ は正三角形であるとする。点 Q は直線 OP に関して A と反対側にあり、 $\triangle OPQ$ は正三角形であるとする。また、点 R は直線 AP に関して O と反対側にあり、 $\triangle PAR$ は正三角形であるとする。点 Q 、 R が表す複素数をそれぞれ z_1 、 z_2 とする。

(1) 点 B が表す複素数 β は

$$\beta = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}} i}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。点 Q は、 P を O のまわりに $\boxed{\text{エオ}}^\circ$ だけ回転した点であるから $z_1 = \boxed{\text{カ}}$ である。 $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① βz

② $\frac{z}{\beta}$

③ $-\beta z$

④ $-\frac{z}{\beta}$

⑤ $z + \beta$

⑥ $z + \frac{1}{\beta}$

(数学Ⅱ・数学B第7問は次ページに続く。)

点Rは、AをPのまわりに $\boxed{\text{エオ}}$ °だけ回転した点であるから、
 $z_2 = \boxed{\text{キ}}$ である。 $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから
 一つ選べ。

- ① $z + \beta(1 - z)$ ② $\beta(1 - z)$ ③ $1 + \beta(1 - z)$
 ④ $z + \frac{1 - z}{\beta}$ ⑤ $\frac{1 - z}{\beta}$ ⑥ $1 + \frac{1 - z}{\beta}$

したがって、 $w = \frac{z_1 - \beta}{z_2 - \beta}$ とおくと

$$w = \frac{\boxed{\text{クケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}i}{\boxed{\text{サ}}} \cdot \frac{z - 1}{z}$$

である。

(2) BQとBRが垂直に交わるのは w が純虚数のときであり、このとき、点Pは

つねに $\frac{\boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}}}i}{\boxed{\text{セ}}}$ を表す点を中心とする半径 $\boxed{\text{ソ}}$ の円周上

にある。

「新教育課程履修者」は、第8問を解答してはいけません。

「旧教育課程履修者」は、第3問～第8問のいずれか2問を選択し、解答しなさい。

第8問 (配点 20)

1個のさいころを4回続けて投げる反復試行を行う。 $i = 1, 2, \dots, 6$ それぞれについて、 i の目の出た回数を Z_i とする。ただし、4回投げて i の目が一度も出ない場合には、 $Z_i = 0$ とする。 $Z_1, Z_2, \dots, Z_6$ の値の最大値を X とし、 $Z_1, Z_2, \dots, Z_6$ の値のうち1以上のものの最小値を Y とする。例えば、出た目が4, 4, 2, 6のときは、 $Z_1 = 0, Z_2 = 1, Z_3 = 0, Z_4 = 2, Z_5 = 0, Z_6 = 1$ であり、 $X = 2, Y = 1$ である。

以下では、 $Y = k$ となる確率を $P(Y = k)$ で表す。

$$(1) \quad P(Y = 4) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウエ}}} \text{である。}$$

$$(2) \quad P(Y = 2) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \text{である。}$$

(数学Ⅱ・数学B第8問は次ページに続く。)

(3) $P(Y=k) > 0$ となる k は ク 個あり, $P(Y=1) = \frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$ である。

また, Y の平均は $\frac{\text{スセ}}{\text{ソタ}}$ で, 分散は $\frac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$ である。

(4) $X \geq 2$ となる条件のもとで, $Y=1$ となる条件つき確率は $\frac{\text{トナ}}{\text{ニヌ}}$ である。